الاستاتيكا
للصف 2 الثانوى
الفصل الدراسى الأول

R.S.H

$\vec{A} = (س ، ص)$ تسمى بالصورة الاحداثية للمتجه $\vec{A}$

$\vec{A} = (\|\vec{A}\| ، \theta)$ تسمى بالصورة القطبية للمتجه $\vec{A}$

$س = \|\vec{A}\| جتا \theta$

$ص = \|\vec{A}\| جا \theta$

$(\|\vec{A}\| جتا \theta ، \|\vec{A}\| جا \theta)$

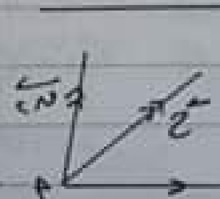
القوة تتعين تماماً بمعرفة:

① مقدار القوة ② اتجاه القوة

③ نقطة تأثير القوة

* ايجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة هندسياً:

$\vec{ح} = \vec{ق_1} + \vec{ق_2}$



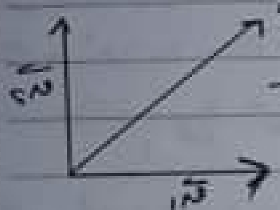
* ايجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة تحليلياً:

$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2 جتا ى}$

$ظا هـ = \frac{ق_2 جا ى}{ق_1 + ق_2 جتا ى}$

حالات خاصة:

① إذا كانت القوتان متعامدتين "ى = 90°"



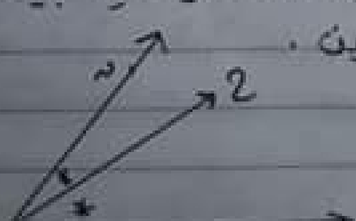
$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$

$ظا هـ = \frac{ق_2}{ق_1}$

② إذا كانت القوتان متساويتين فى المقدار:

$ح = 2 ق جتا \frac{ى}{2}$ ، $هـ = \frac{ى}{2}$

حيث ح تنصف الزاوية بين القوتين.

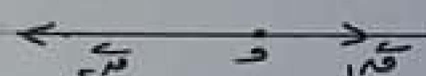


• إذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل وفي نفس الاتجاه "أي أن ى = صفر" :-



$ح = ق_1 + ق_2$ تسمى القيمة العظمى أو أكبر محصلة.

• إذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل وفي اتجاهين متضادين ى = 180°.



$ح = |ق_1 - ق_2|$
تسمى هذه الحالة أصغر محصلة أو القيمة الصغرى للمحصلة.

• إذا كانت المحصلة عمودية على القوة الأولى "هـ = 90°"

$ح^2 = ق_2^2 - ق_1^2$

$ق_1 + ق_2 جتا ى = صفر$

أمثلة :-

① قوتان متعامدتان مقدارهما ٢ق - ٥ ، ق + ٢ نيوتن تؤثران في نقطة مادية، ومقدار محصلتهما = ٣√٥ فإن: ق = ...

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥

② إذا كانت النسبة بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى لمحصلة قوتين كنسبة ٧ : ٣ فإن النسبة بين القوتين = ...

أ) ٧ : ٤ ب) ٧ : ٣ ج) ٥ : ٣ د) ٥ : ٢

$\frac{ق_1 + ق_2}{ق_1 - ق_2} = \frac{٧}{٣}$

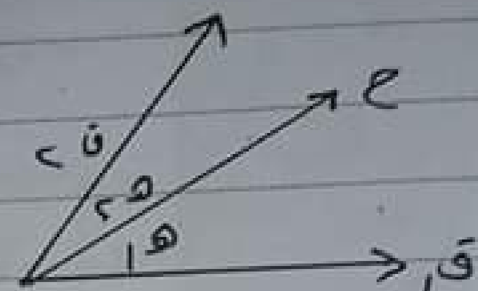
$٣ق_1 + ٣ق_2 = ٧ق_1 - ٧ق_2$

$٤ق_1 = ١٠ق_2$

$\therefore \frac{ق_1}{ق_2} = \frac{٥}{٢}$

فعلاً.. أنت في المقدمة دائماً

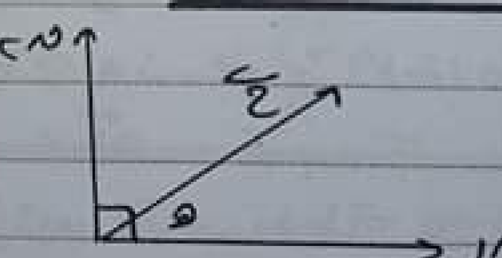
• تحليل القوة إلى مركبتين



$ق_1 = \frac{ح جا هـ_2}{جا(هـ_1 + هـ_2)}$

$ق_2 = \frac{ح جا هـ_1}{جا(هـ_1 + هـ_2)}$

• تحليل قوة معلومة في اتجاهين متعامدين:



(1) مقدار المركبة المجاورة للزاوية المعلومة = ح جتا هـ

(2) مقدار المركبة العمودية على المركبة السابقة = ح جا هـ.

* مثال: وضع جسم وزنه ٥٠ نيوتن على مستوٍ مائل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° أوجد مقدار مركبتي وزن الجسم في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودي عليه



$م_1$ (مقدار مركبة في اتجاه أكبر ميل للمستوى) = و جا ٣٠° = $٥٠ \times \frac{1}{2}$ = ٢٥ نيوتن

$م_2$ (مقدار المركبة في الاتجاه العمودي على المستوى) = و جتا هـ = و جتا ٣٠ = $٥٠ \times \frac{\sqrt{3}}{2} = ٢٥\sqrt{3}$

• قوة مقدارها ٤√٢ ث كجم تعمل في اتجاه الشرق ثم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها في اتجاه الشمال الشرقي = ٤ نيوتن

الرومانى سعد حكيم
مدرس رياضيات

. محصلة عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة

$\vec{ح} = س\,\vec{س} + ص\,\vec{ص}$

$ح = \sqrt{س^2 + ص^2}$ ، $ظا\,هـ = \frac{ص}{س}$



عند تعيين اتجاه المحصلة يراعى ما يلي :

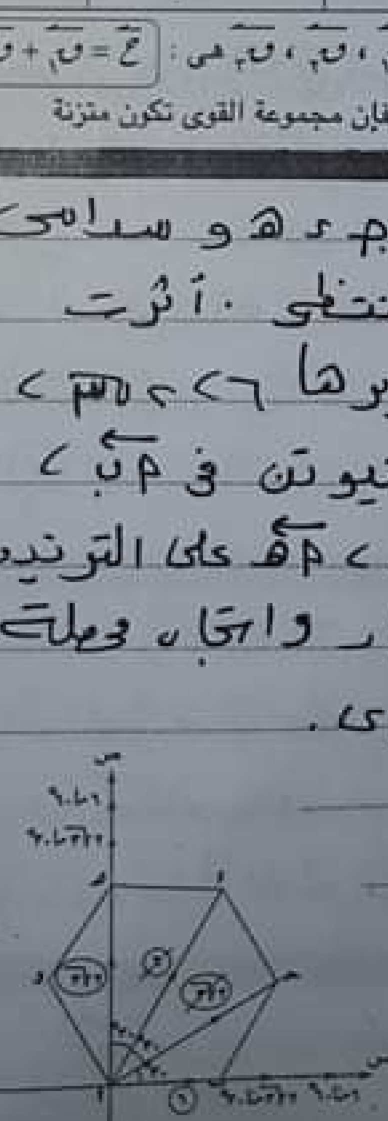
س	ص	الربع	هـ
+	+	الأول	قياس الزاوية الحادة
−	+	الثاني	١٨٠° − قياس الزاوية الحادة
−	−	الثالث	١٨٠° + قياس الزاوية الحادة
+	−	الرابع	٣٦٠° − قياس الزاوية الحادة

محصلة عدة قوى $\vec{ق_1}$ ، $\vec{ق_2}$ ، $\vec{ق_3}$ هي : $\vec{ح} = \vec{ق_1} + \vec{ق_2} + \vec{ق_3}$

وإذا كان $\vec{ح} = \vec{0}$ فإن مجموعة القوى تكون متزنة

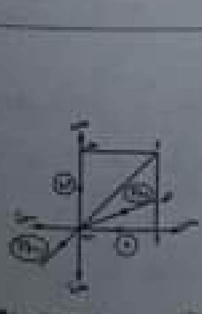
مثال: أ ب جـ د هـ و سداسي منتظم . أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٢√٣ ، ٦ ، ٢√٣ نيوتن في $\vec{أب}$ ، $\vec{أجـ}$ ، $\vec{أد}$ ، $\vec{أهـ}$ على الترتيب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

الحل



. أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم ، هـ ∈ $\overline{بجـ}$ بحيث ب هـ = ٥ سم. أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ١٣ ، ٤√٢ ، ٩ ث.جم في الاتجاهات $\vec{أب}$ ، $\vec{أهـ}$ ، $\vec{جـأ}$ ، $\vec{أد}$ على الترتيب أوجد محصلة هذه القوى.

الحل



اتزان جسم تحت تأثير قوتين :-

شروط اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين

• يتزن الجسم الجاسئ تحت تأثير قوتين فقط إذا كانت القوتان :

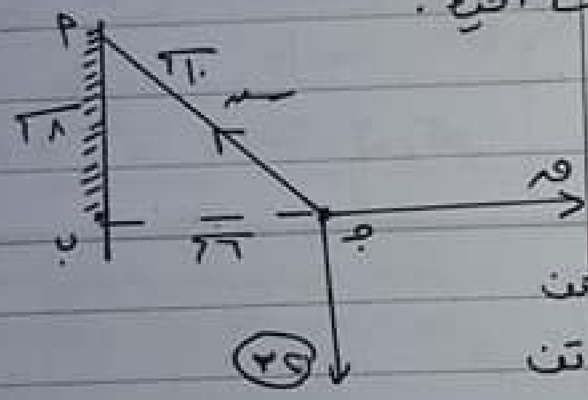
① متساويتين في المقدار. ② متضادتين في الاتجاه.

③ خطا عملهما على استقامة واحدة.

• $\vec{ح} = \vec{ق_١} + \vec{ق_٢} + \vec{ق_٣} = $ صفر

* **قاعدة مثلث القوى :-** علق ثقل مقداره ٣٢ نيوتن في طرف خيط طوله ١٠ سم وثبت الطرف الآخر للخيط في حائط رأسي ثم شد الثقل بقوة أفقية أبعدته عن الحائط فاتزن عندما كان الثقل يبعد عن الحائط مسافة ٦ سم أوجد مقدار القوة والشد في الخيط.

الحل



$أب = \sqrt{(١٠)^٢ - (٦)^٢} = ٨$

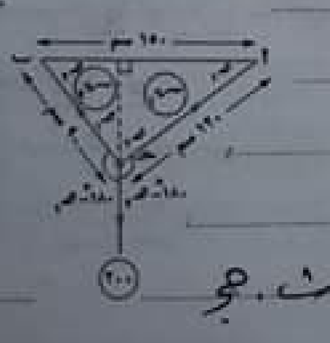
$\therefore \frac{ش}{١٠} = \frac{ق}{٦} = \frac{٣٢}{٨}$

$\therefore ق = \frac{٣٢ \times ٦}{٨} = ٢٤$ نيوتن

$ش = \frac{٣٢ \times ١٠}{٨} = ٤٠$ نيوتن

قاعدة لامي :- علق ثقل ٢٠٠ ث.جم بخيطين طولاهما ٩٠ سم، ١٢٠ سم من نقطتين في خط أفقي واحد البعد بينهما ١٥٠ سم. أوجد مقدار الشد في كل من الخيطين.

الحل



$\frac{ش_١}{جا(١٨٠° - ه_١)} = \frac{ش_٢}{جا(١٨٠° - ه_٢)} = \frac{٢٠٠}{جا ٩٠°}$

$\frac{ش_١}{\frac{٣}{٥}} = \frac{ش_٢}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٢٠٠}{١}$

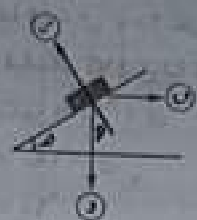
$ش_١ = ١٢٠$ ث.جم ، $ش_٢ = ١٦٠$ ث.جم

اتزان جسم على مستوى مائل أملس

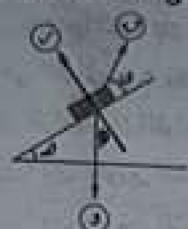
(١) القوة في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى



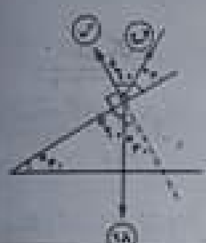
(٢) القوة أفقية



(٣) القوة في اتجاه يميل بزاوية ى على المستوى لأعلى



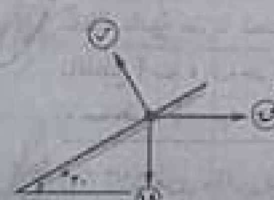
وضع جسم وزنه ١٨ ثقل كجم على مستوٍ مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° ومنع من الانزلاق بتأثير قوة قدرها (ق) تميل على اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى بزاوية قياسها ٣٠° فأوجد مقدار هذه القوة ورد فعل المستوى على الجسم.



الحل $\frac{ق}{جا ١٥٠} = \frac{ر}{جا ١٥٠} = \frac{١٨}{جا ٦٠}$

∴ ق = ر = ٦√٣ ث كجم

جسم وزنه ١٨ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° يتزن بتأثير قوة أفقية ق نيوتن.



أكمل ما يأتي :

(أ) $\frac{ر}{جا ١٢٠} = \frac{ق}{جا ١٥٠} = \frac{١٨}{جا ٩٠}$

(ب) ر = ٩√٣ نيوتن ، ق = ٩ نيوتن.

الروماني سعد حكيم
مدرس رياضيات

القضيب :

علق قضيب منتظم أب طوله ١٠٠ سم ووزنه ٣٠ ثقل كجم من طرفيه أ ، ب بحبلين ثبت طرفاهما في مسمار في السقف في نقطة حـ فإذا كان الحبلان متعامدين وطول أحـ = ٥٠ سم فأوجد في وضع التوازن الشد في كل من الحبلين.

الحل



∵ المجموعة متزنة

∴ خط عمل الوزن يمر بنقطة تلاقي ش١ ، ش٢ وهي حـ

∵ أحـ = ½ أب

∴ د أحـ ب قائمة

∴ ق(∠ب) = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ق(∠د أ حـ) = ٦٠°

∴ بتطبيق قاعدة لامي ينتج

$\frac{ش_1}{جا ١٥٠} = \frac{ش_2}{جا ١٢٠} = \frac{٣٠}{جا ٩٠}$

∴ ش١ = ٣٠ × ½ = ١٥ ثقل كجم

ش٢ = ٣٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = ١٥√٣ ثقل كجم

قضيب منتظم طوله ١٣٠ سم ووزنه ٢٦ نيوتن من طرفيه تعليقًا مطلقًا في خيطين مربوطين في نقطة واحدة وكان طول أحدهما ٥٠ سم وطول الآخر ١٢٠ سم، ما هو الوضع الذي يكون فيه القضيب متزنًا ؟ وما هو مقدار الشد في كل من الخيطين ؟ «٢٤ ، ١٠ نيوتن»



∵ القضيب في الخيطين يتقاطعان عند نقطة التعليق

∴ خط عمل الوزن يجب أن يمر بنفس النقطة كما موضح بالرسم

∵ $(أ ح)^2 + (ب ح)^2 = ١٦٩٠٠$ ، $(أ ب)^2 = ١٦٩٠٠$

∴ ق(∠ أ ح ب) = ٩٠°

∴ جا هـ = $\frac{٥}{١٣}$ ، جا ى = $\frac{١٢}{١٣}$

وبتطبيق قاعدة لامي

∴ $\frac{ش_١}{جا ى} = \frac{ش_٢}{جا هـ} = \frac{٢٦}{جا ٩٠}$

∴ ش١ = ٢٤ نيوتن ، ش٢ = ١٠ نيوتن

الحل

الروماني سعد حكيم
مدرس رياضيات

الكرة :

كرة ملساء طول نصف قطرها ٣٠ سم ووزنها ٢٠٠ ثقل جرام تستند على حائط رأسي أملس ومعلقة بخيط طوله ٢٠ سم مثبت أحد طرفيه على سطح الكرة ومثبت طرفه الآخر في نقطة من الحائط تقع رأسيًا فوق نقطة تماس الكرة بالحائط.
أوجد مقدار الشد في الخيط ورد فعل الحائط.

«٢٥٠٠ ، ١٥٠٠ ثقل جم»

∆ م ب حـ مثلث القوى

حيث م حـ = ٢٠ + ٣٠ = ٥٠ سم ، م ب = ٣٠ سم

∴ ب حـ = ٤٠ سم (فيثاغورث)

وبتطبيق قاعدة مثلث القوى



∴ ر = ١٥٠٠ ثقل جم

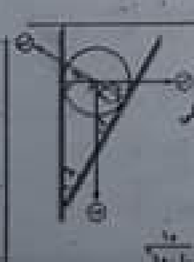
∴ ش = ٢٥٠٠ ثقل جم

الحل

الروماني سعد حكيم
مدرس رياضيات

كرة معدنية وزنها ١٥ ثقل كجم موضوعة بحيث تمس مستويين أملسين أحدهما رأسي والآخر يميل على الرأسي بزاوية قياسها ٣٠° أوجد رد فعل كل من المستويين.

«١٥ $\sqrt{٣}$ ، ٣٠ ثقل كجم»



∵ المستويان أملسان

∴ ر١ ، ر٢ عموديان على المستويين ويمران بمركز الكرة ،

بتطبيق قاعدة لامي

∴ $\frac{ر_١}{جا ١٢٠} = \frac{ر_٢}{جا ٩٠} = \frac{١٥}{جا ١٥٠}$

∴ ر١ (رد فعل المستوى الرأسي) = ١٥ $\sqrt{٣}$ ثقل كجم

∴ ر٢ (رد فعل المستوى المائل) = ٣٠ ثقل كجم

الحل

الروماني سعد حكيم
مدرس رياضيات

مراجعة عامة لموضوعات الهندسة والقياس

الرومانى محمد حكيم
مدرس الرياضيات

المستقيمات والمستويات فى الفراغ



① تعيين الخط المستقيم فى الفراغ : يتعين الخط المستقيم فى الفراغ بأى نقطتين عليه.

② تعيين المستوى فى الفراغ : يتحدد المستوى فى الفراغ تحديداً تاماً بإحدى الحالات الآتية :

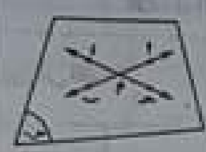
① ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة



② مستقيم ونقطة لا تنتمى إليه



③ مستقيمان متقاطعان

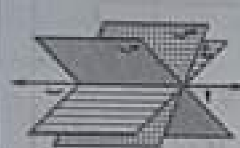


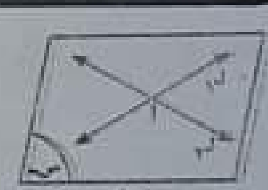
④ مستقيمان متوازيان غير منطبقين



ملاحظات

- أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد لا نهائى من المستقيمات.
- أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد لا نهائى من المستويات.
- أى نقطتين فى الفراغ يمر بها مستقيم واحد فقط.
- أى نقطتين فى الفراغ يمر بهما عدد لا نهائى من المستويات.

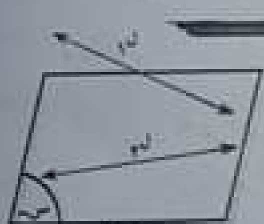




(١)



(٢)



(٣)

١- المستقيمان المتقاطعان: هما مستقيمان يقعان فى نفس المستوى ويشتركان فى نقطة واحدة
٢- المستقيمان المتوازيان: هما مستقيمان يقعان فى نفس المستوى ولايشتركان فى نقطة واحدة / تقاطعهما ∅
٣- المستقيمان المتخالفان: هما مستقيمان لايمكن أن يحتويهما مستوى واحد

① إذا كان المستقيم ل // المستوى س ، فإن ل ∩ س = ∅ ....

② إذا كان المستقيم ل ⊂ المستوى س فإن ل ∩ س = ل ....

③ إذا كان المستقيم ل$_1$ // المستقيم ل$_2$ فإن ل$_1$ ∩ ل$_2$ = ∅ ....

④ إذا كان س ، ص مستويان حيث س ∩ ص = ∅ فإن س // ص

⑤ المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان ليسا متقاطعان أو متوازيان

"هعا ... أنت فى المقدمة دائماً"

2020

الهرم

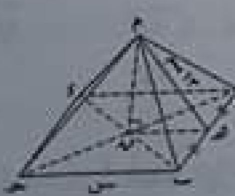
الهرم :- أقل عدد من المستويات التى تحدد مجسم أربع مستويات وتحدد مجسم على شكل هرم ثلاثى

- عدد المستويات التى تحمل أوجه الهرم الخماسى = ٦
- عدد أحرف الهرم الخماسى = ١٠
- المركز الهندسى للأشكال الرباعية هو نقطة تقاطع القطرين
- " " للمثلث هو نقطة تلاقى متوسطاته.
- عدد احرف الهرم الرباعى المنتظم = ٨
- عدد أوجه الهرم الرباعى = ٥

* المساحة الجانبية للهرم المنتظم = $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة × ع الجانبى
* المساحة الكلية " " = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة
* حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × ع
* المساحة السطحية للهرم = المساحة الكلية للهرم
* مساحة المربع = س^2 ، محيط المربع = ٤س
*

م أ ب حـ ء هرم رباعى منتظم مساحته الكلية = ٣٦٠ سم^2 وارتفاعه الجانبى = ١٣ سم
أوجد طول ضلع قاعدته ثم أوجد حجمه.

الحل



نفرض أن طول ضلع المربع = س سم

، ∵ المساحة الكلية = ٣٦٠ سم^2

∴ مساحة القاعدة + المساحة الجانبية = ٣٦٠

∴ س × س + $\frac{1}{2}$ × ٤ س × ١٣ = ٣٦٠

∴ س^2 + ٢٦ س − ٣٦٠ = ٠

∴ (س + ٣٦) (س − ١٠) = ٠

∴ س = − ٣٦ (مرفوض) أ، س = ١٠

∴ طول ضلع قاعدة الهرم = ١٠ سم

، ∵ هـ ن = $\frac{1}{2}$ ب حـ = ٥ سم

، ∵ Δ م هـ ن قائم فى ن

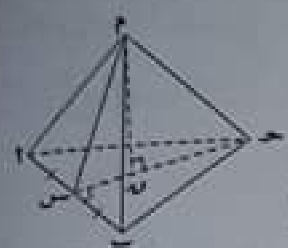
∴ م ن = $\sqrt{(١٣)^2 - (٥)^2}$ = ١٢ سم

، ∵ الحجم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع = $\frac{1}{3}$ × $(١٠)^2$ × ١٢ = ٤٠٠ سم^3

* * * * * * * * * * *

" معاً ... أنت فى المقدمة دائماً "

• أ ب جـ د هرم ثلاثي منتظم قاعدته △ ب جـ د طول ضلع قاعدته ٢√٦ ، وارتفاعه ٢٤ . أوجد طول حرفه وارتفاعه الجانبي الكل



طول حرفه = ٢√٧

∴ ارتفاع الجانبي = √١٩ .

• في الهرم الثلاثي المنتظم الوجوه يكون ضعف مربع طول حرفه = ٣ أمثال مربع ارتفاعه (٢ل² = ٣ع²)

• المساحة الكلية للهرم الثلاثي المنتظم الوجوه = ل² √٣

حجم الهرم " " " = $\frac{\sqrt{2}}{12}$ ل³ .

• النسبة بين طول حرف الهرم الثلاثي المنتظم الوجوه وارتفاعه = ...

(أ) √٢ : √٣ (ب) √٣ : ٢ (جـ) √٦ : ٢ (د) √٣ : ٣

• النسبة بين المساحة الجانبية للهرم الثلاثي المنتظم الوجوه إلى مساحته الكلية = ٣ : ٤

•

باستخدام الشبكة التي أمامك صف المجسم وأوجد مساحته الكلية.



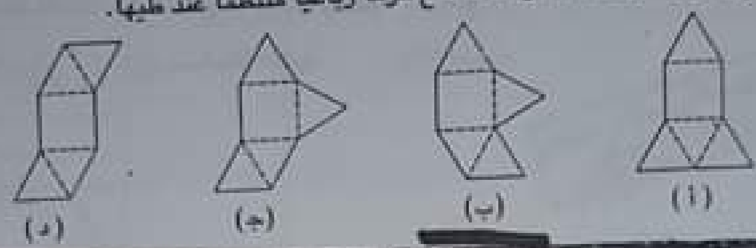
جا ٦٠ = $\frac{6}{ل}$

∴ ل = ١٢√٣

٤٣٢√٣ سم²

- إذا تضاعف طول ضلع قاعدة هرم رباعي منتظم فإن حجمه .... يتضاعف أربع مرات.
- مساحة سطح المضلع المنتظم = $\frac{ن}{٤} \times س^2 \times$ ظتا $\frac{\pi}{ن}$.

① أي الشبكات التالية لا تصنع هرمًا رباعيًا منتظمًا عند طيها.



(أ) (ب) (جـ) (د)

المخروط

:- ارتفاع المخروط "ع" = $\sqrt{ل^2 - نق^2}$

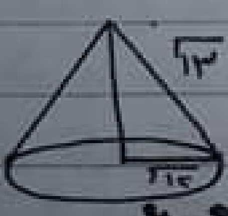
$ع < ل$

- محيط القاعدة = ٢ π نق ، مساحة سطح القاعدة = π نق²
- حجم المكعب = ل³ ، المساحة الكلية للمكعب = ٦ ل²
- حجم الاسطوانة = π نق² ع
- حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق³.

- المساحة الجانبية للمخروط القائم = π ل نق
- المساحة الكلية للمخروط القائم = π نق (ل + نق)
- حجم المخروط القائم = $\frac{1}{3}$ π نق² ع



* إذا كان ل > ٢نق تكون $θ < ١٨٠°$
* إذا كان ل = ٢نق تكون $θ = ١٨٠°$
* إذا كان ل < ٢نق تكون $θ > ١٨٠°$
* الزاوية المركزية للقطاع الذي إذا طويناه أصبح المخروط الموضح تكون ....



(أ) حادة (ب) منفرجة
(جـ) مستقيمة (د) منعكسة

ل < ٢نق

• مخروط دائري قائم حجمه ١٠٠ π سم٣ فإن حجمه عندما يتضاعف ارتفاعه يساوي ـــ سم٣

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٠٠ (ج) ٤٠٠ (د) ٨٠٠

مخروط دائري قائم مساحة قاعدته ٢٥ π سم٢ ، وطول راسمه ١٣ سم

أوجد : (١) مساحته الجانبية. (٢) مساحته الكلية. (٣) حجمه.

الحل



∵ مساحة القاعدة = ٢٥ π سم٢

∴ π نق٢ = ٢٥ π ∴ نق = ٥ سم

∵ Δ أ ب م قائم الزاوية في م

∴ ارتفاع المخروط = أ م = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢}$ = ١٢ سم

∴ المساحة الجانبية = π نق ل = π × ٥ × ١٣ = ٦٥ π سم٢

، المساحة الكلية = ٦٥ π + ٢٥ π = ٩٠ π سم٢

، الحجم = $\frac{١}{٣}$ π نق٢ ع = $\frac{١}{٣}$ π × (٥)٢ × ١٢ = ١٠٠ π سم٣

تذكر أن



القطاع الدائرى هو جزء من سطح دائرة محدد بنصفى قطرين وقوس من الدائرة يرمز له بالرمز ل

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق حيث ل طول قوس القطاع

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ θ نق٢ حيث θ قياس زاوية القطاع بالتقدير الدائرى

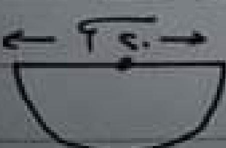
مساحة القطاع = $\frac{س^\circ}{٣٦٠^\circ}$ × π نق٢ = $\frac{س^\circ}{٣٦٠^\circ}$ × مساحة الدائرة

حيث س° القياس الستينى لزاوية القطاع

محيط القطاع = ٢ نق + ل وحدة طول

محيط القاعدة = طول القوس / مساحة القطاع = مساحة الجانبية للمخروط / نق للقطاع = ل للمخروط.

إذا طوينا هذه الشبكة لتصبح مخروطاً فإن نصف قطر قاعدته = ـــ



(أ) ١٠ (ب) ٢٨ (ج) ٥ (د) ٥

أ ب جـ مثلث متساوي الساقين : أ ب = أ جـ = ١٠ سم، ب جـ = ١٢ سم دار دورة كاملة حول قاعدته ب جـ احسب حجم الجسم الناشئ من الدوران .

الحل

الروماني سعد حكيم
مدرس رياضيات
٠١٠٦٠١١٢٨٤٣ - ٠١٢٨٠٠٢٨٦٩٠

الجسم الناشئ من الدوران حول ب جـ عبارة عن مخروطين لهما نفس القاعدة ومتطابقان



∴ أ د = $\sqrt{(١٠)^2 - (٦)^2}$ = ٨ سم

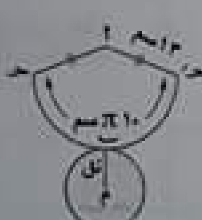
∴ حجم الجسم الناتج = ٢ ($\frac{١}{٣}$ π نق² ع)

= ٢ × $\frac{١}{٣}$ × π × (٨)² × ٦

= ٢٥٦ π سم³

ما تدور حوله هو ارتفاع المخروط .

أكمل ما يأتي :



① الشبكة التي أمامك تصف مجسم هو ....مخروط دائري قائم....
، حجمه = ...١٠٠ π.... سم³
، مساحته الجانبية = ...٦٥ π.... سم²
، ومساحته الكلية = ...٩٠ π.... سم²



② الشبكة التي أمامك تصف مجسمًا حجمه ٩٦ π سم³
فإن مساحته الكلية = ...٩٦ π.... سم²

③ أ ب جـ د أَ بَ جَ دَ مكعب طول حرفه ٢٠ سم وضع بداخله مخروط دائري قائم بحيث رأس المخروط هو مركز القاعدة أَ بَ جَ دَ وقاعدة المخروط تمس أضلاع القاعدة أ ب جـ د
فإن النسبة بين حجم المخروط والمكعب = ...π : ١٢....

تذكر أن

① إذا كان النقطتين أ ، ب ينتميان إلى مستوى إحداثي متعامد فإن البعد بين النقطتين أ ، ب = أب = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

② صورة النقطة (أ ، ب) بالانتقال (م ، ن) هي (أ + م ، ب + ن)

③ إحداثي منتصف المسافة بين النقطتين ($س_1$ ، $ص_1$) ، ($س_2$ ، $ص_2$)

$= \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$

الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

* $(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

• $س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + جـ = 0$

مركز الدائرة $\left(\frac{-\text{معامل س}}{2} ، \frac{-\text{معامل ص}}{2} \right)$

$نق = \sqrt{ل^2 + ك^2 - جـ}$

ملاحظة هامة

من الصورة العامة لمعادلة الدائرة $س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + هـ = 0$ **نستنتج أن :**

① المعادلة من الدرجة الثانية في س ، ص ② معامل $س^2$ = معامل $ص^2$ = الوحدة

③ المعادلة خالية من الحد الذي يحتوي س ص أي معامل س ص = ٠

ولكي تمثل معادلة من الدرجة الثانية في س ، ص دائرة يلزم تحقق الشروط الثلاثة السابقة وأن يكون $ل^2 + ك^2 - هـ > 0$

تذكر أن :

① وضع مستقيم ل بالنسبة للدائرة د والتي مركزها (م) وبفرض أن $\overleftrightarrow{م حـ} \perp$ ل ويقطعه في حـ

• إذا كان : م حـ < نق فإن : ل قاطع للدائرة في نقطتين مختلفتين.

• إذا كان : م حـ = نق فإن : ل مماس للدائرة.

• إذا كان : م حـ > نق فإن : ل خارج الدائرة ولا يقطعها في أي نقطة.

- المماس للدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.
- المماسان لدائرة المرسومان من نهايتي قطر فيها متوازيان.
- القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول.
- إذا كانت: $أ = (س_1 ، ص_1)$ ، $ب = (س_2 ، ص_2)$
  فإن: نقطة منتصف $\overline{أب} = \left(\frac{س_1 + س_2}{٢} ، \frac{ص_1 + ص_2}{٢}\right)$
- معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(س_1 ، ص_1)$ وميله = م هي: $\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = م$
- طول العمود المرسوم من النقطة $(س_1 ، ص_1)$ على المستقيم الذي معادلته:
  $أس + ب ص + حـ = ٠$ يساوي $\frac{|أس_1 + ب ص_1 + حـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

- إذا كان عدد أضلاع مضلع منتظم = ن ضلعاً ، طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه = نق

مساحة سطح المضلع المنتظم $= \frac{ن}{٢}$ نق^2 جا $\left(\frac{٣٦٠^\circ}{ن}\right)$.



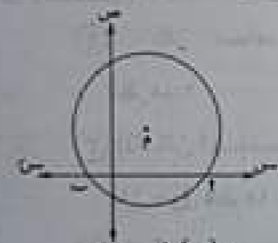
في الشكل المقابل:

إذا كانت معادلة الدائرة هي:

$(س - ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ٢٥$

فإن: أب = ... وحدة طولية.

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٥



في الشكل المقابل:

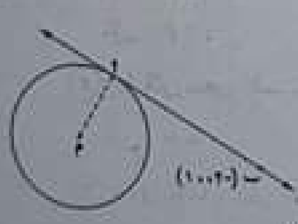
إذا كانت معادلة الدائرة م هي:

$(س - ٢)^2 + (ص + ٢)^2 = ٢٥$

، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند أ حيث:

ب = (−٢ ، ١٠) فإن: أب = ... وحدة طولية.

(أ) ١٣ (ب) $\sqrt{١٩٤}$ (جـ) ١٢ (د) ٥



الشكل المقابل

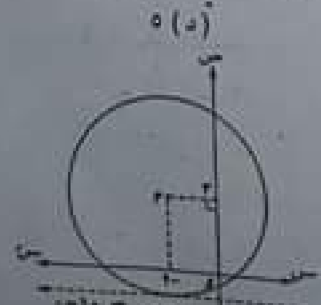
يمثل معادلة الدائرة ....

(أ) $(س - ٣)^2 + (ص + ٢)^2 = ١٦$

(ب) $(س + ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ١٦$

(جـ) $(س + ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ٤$

(د) $(س + ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ٩$



الصف الثاني الثانوي



مع خالص الدعاء لكم بالنجاح والتفوق

م/ روماني سعد حكيم

2020

الروماني سعد حكيم
مدرس رياضيات